

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2019-2020

Prova scritta in aula del 08.01.2020

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solì fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

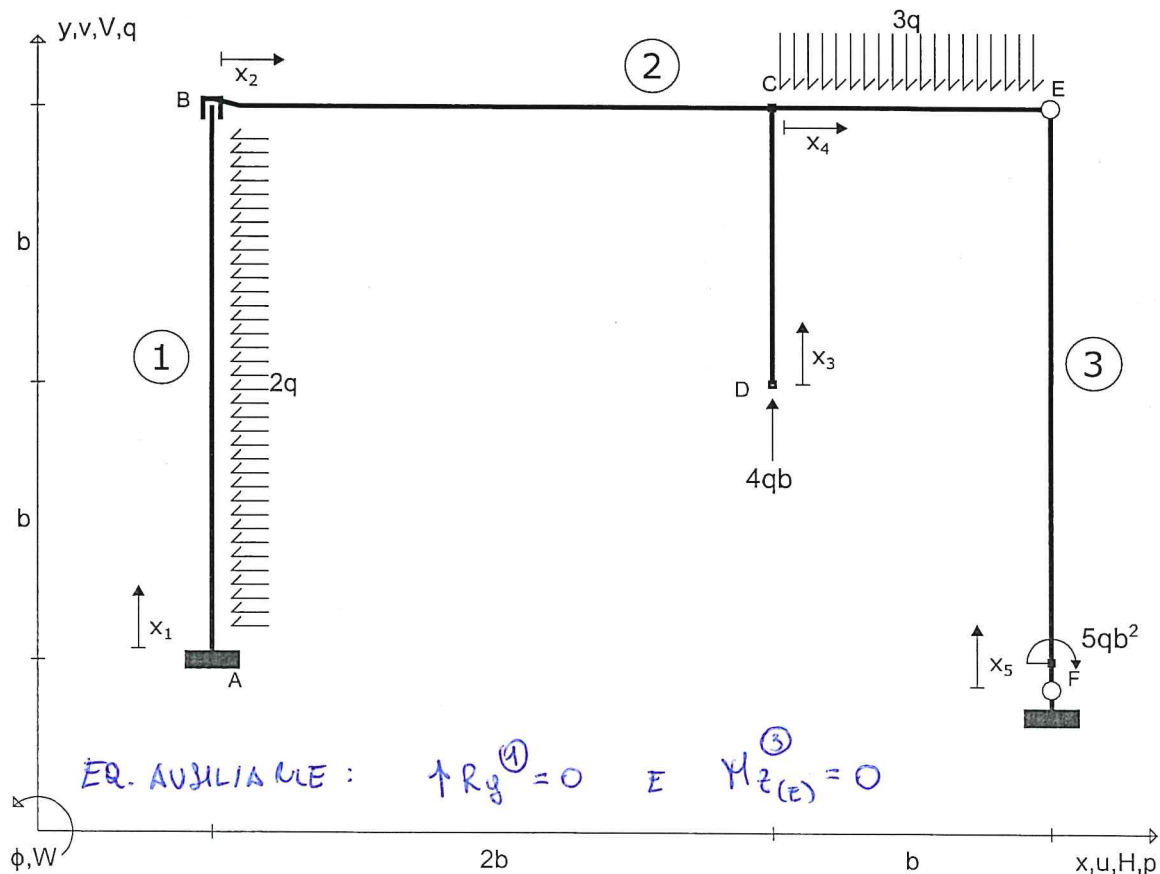
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 08.01.20*001



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

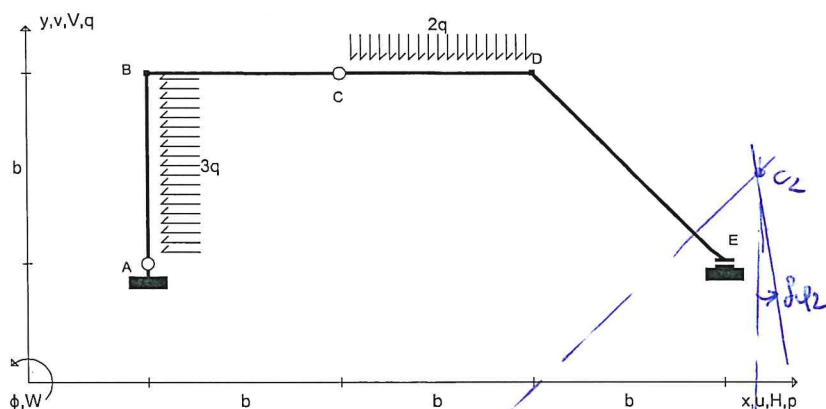
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto D , u_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

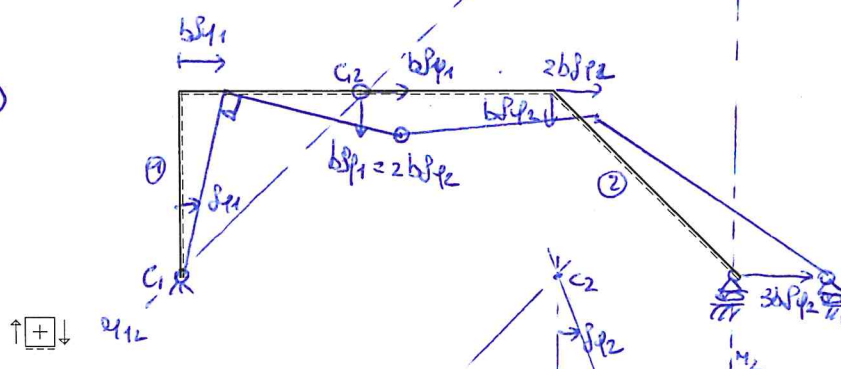
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto B , u_B .

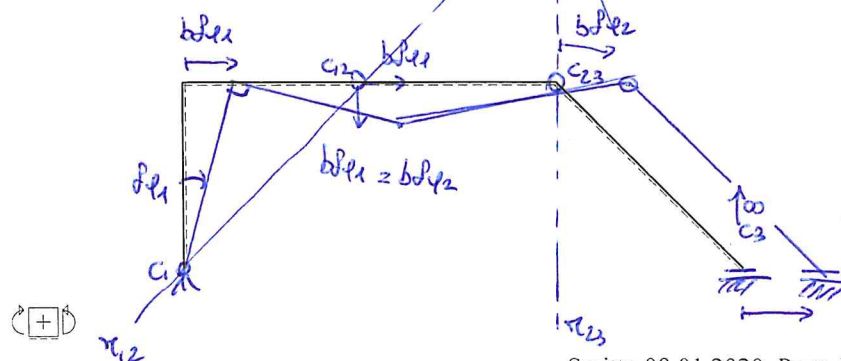
Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$C_2 \in \pi_{12} \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \quad C_2 \in \pi_{12} \quad \left. \begin{array}{l} C_2(3b, 3b) \\ b\delta\varphi_1 = 2b\delta\varphi_2 \\ \delta\varphi_1 = 2\delta\varphi_2 \end{array} \right\}$$



$$C_2 \in \pi_{13} \\ C_1 \leftrightarrow C_{13} \leftrightarrow C_2 \quad C_2 \in \pi_{13} \quad \left. \begin{array}{l} C_2(2b, 2b) \\ b\delta\varphi_1 = b\delta\varphi_2 \\ \delta\varphi_1 = \delta\varphi_2 \end{array} \right\}$$



$$M_E(\hat{\varphi}) = 0; C_1 = (0, 0); C_2 = (3b, 3b); C_{12} = (b, b);$$

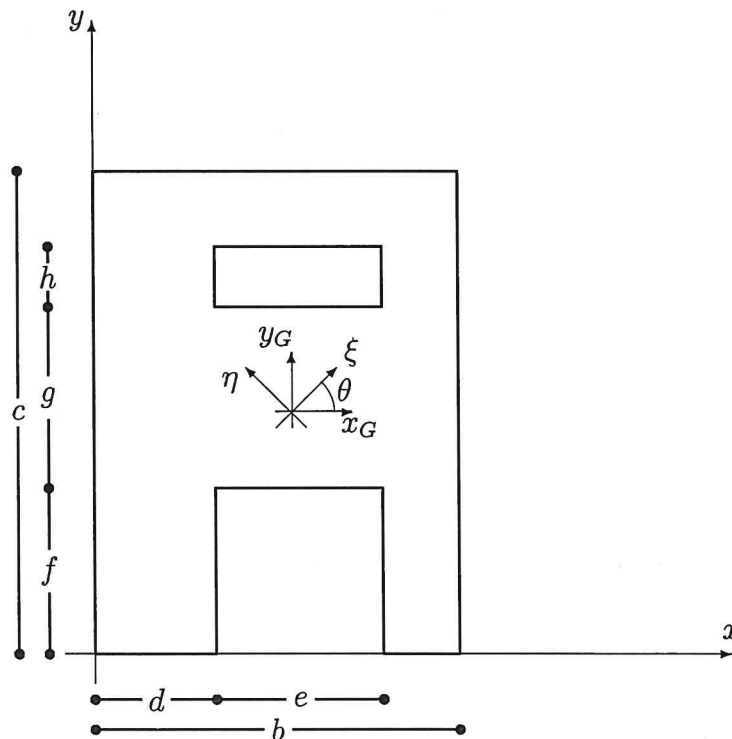
$$u_B = b\delta\varphi_1; u_D = b\delta\varphi_1 = 2b\delta\varphi_2;$$

$$M_D(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}) = 9b^2/2; v_C = b\delta\varphi_1 = b\delta\varphi_2; u_B = b\delta\varphi_1;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 3a$; $d = a$; $e = a$; $f = a$; $g = 2a$; $h = 0$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



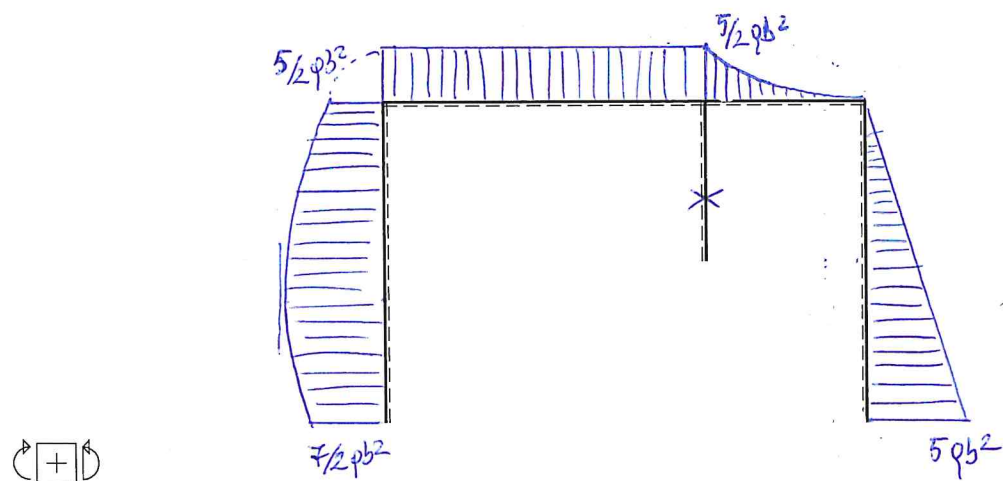
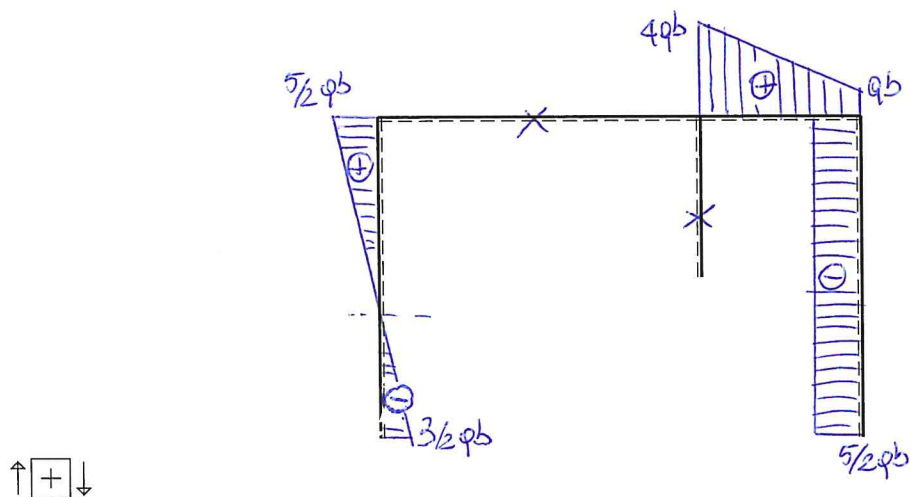
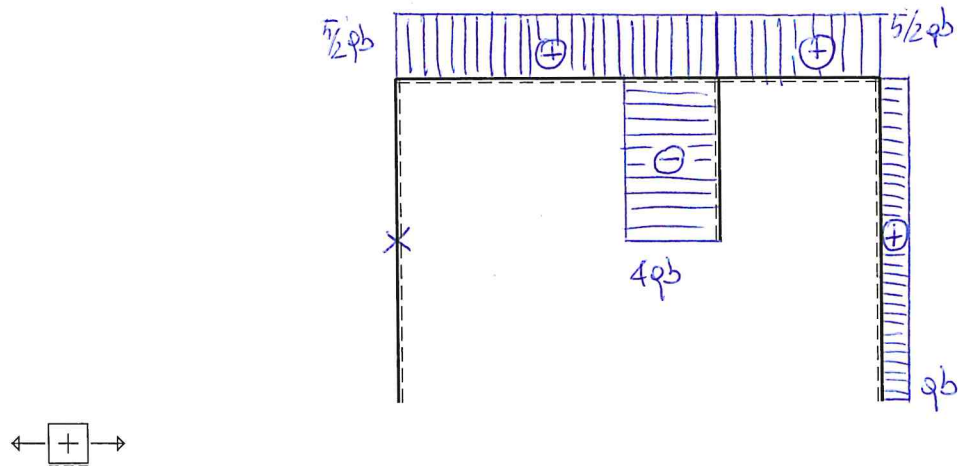
$$S_x = 13a^3; S_y = 12a^3;$$

$$x_G = 3/2a = 1.5a; y_G = 13/8a = 1.625a;$$

$$J_{xG} = 133/24a^4 = 5.5416a^4; J_{yG} = 20/3a^4 = 6.6666a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = 20/3a^4 = 6.6666a^4; J_\eta = J_{\min} = 133/24a^4 = 5.5416a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= \frac{3}{2} qb; & V_A (\uparrow) &= 0; & M_A (\curvearrowright) &= \frac{7}{2} qb^2; & H_F (\Rightarrow) &= \frac{5}{2} qb; & V_F (\uparrow) &= -qb; \\
 N_{AB} &= //; & T_{AB} &= -\frac{3}{2} qb + 2q \times 1; & M_{AB} &= -\frac{7}{2} qb^2 - \frac{3}{2} qb \times 1 + q \times 1^2; \\
 N_{BC} &= \frac{5}{2} qb; & T_{BC} &= //; & M_{BC} &= -\frac{5}{2} qb^2; \\
 N_{DC} &= -4qb; & T_{DC} &= //; & M_{DC} &= //; \\
 N_{CE} &= \frac{5}{2} qb; & T_{CE} &= 4qb - 3q \times 1; & M_{CE} &= -\frac{5}{2} qb^2 + 4qb \times 1 - \frac{3}{2} q \times 1^2; \\
 N_{FE} &= qb; & T_{FE} &= -\frac{5}{2} qb; & M_{FE} &= -5qb^2 + \frac{5}{2} qb \times 1
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2019-2020

Prova scritta in aula del 08.01.2020

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

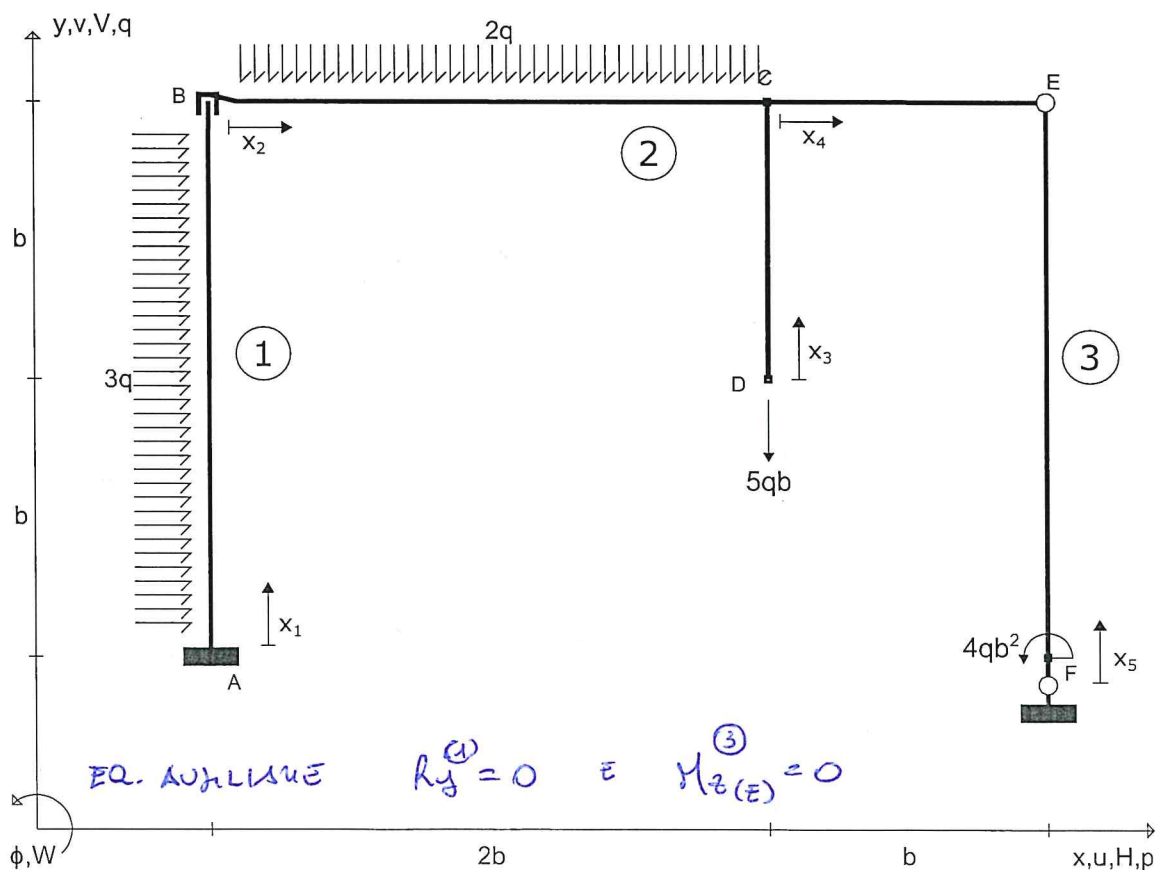
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 08.01.20*002



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

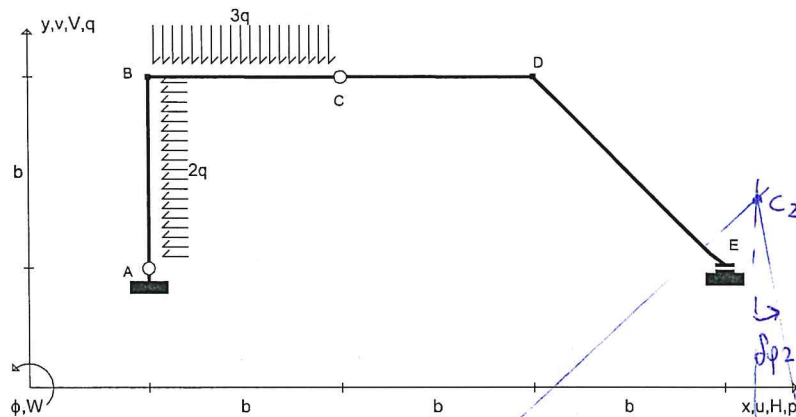
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto D , u_D .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto B , u_B .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$C_2 \in \pi_2$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in \pi_{12}$$

$$b\delta\phi_1 = 2b\delta\phi_2$$

$$\boxed{\delta\phi_1 = 2\delta\phi_2}$$



$$C_2 \in \pi_{23}$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in \pi_{12}$$

$$b\delta\phi_1 = b\delta\phi_2$$

$$\boxed{\delta\phi_1 = \delta\phi_2}$$



$$M_E(\hat{\varphi}) = \dots 9b^2 \dots; C_1 = (\dots 0, 0 \dots); C_2 = (\dots 3b, 3b \dots); C_{12} = (\dots b, b \dots);$$

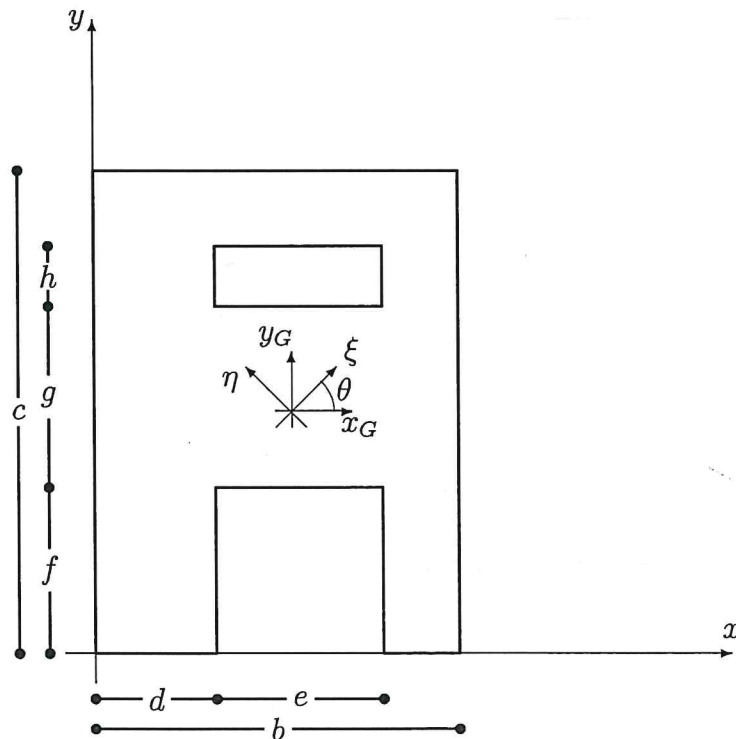
$$u_B = b\delta y_1 = \dots; u_D = b\delta y_1 = 2b\delta y_2,$$

$$M_D(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}) = \dots 9b^2/2 \dots; v_C = b\delta y_1 = b\delta y_2; u_B = b\delta y_1;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 3a$; $d = a$; $e = a$; $f = 2a$; $g = a$; $h = 0$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



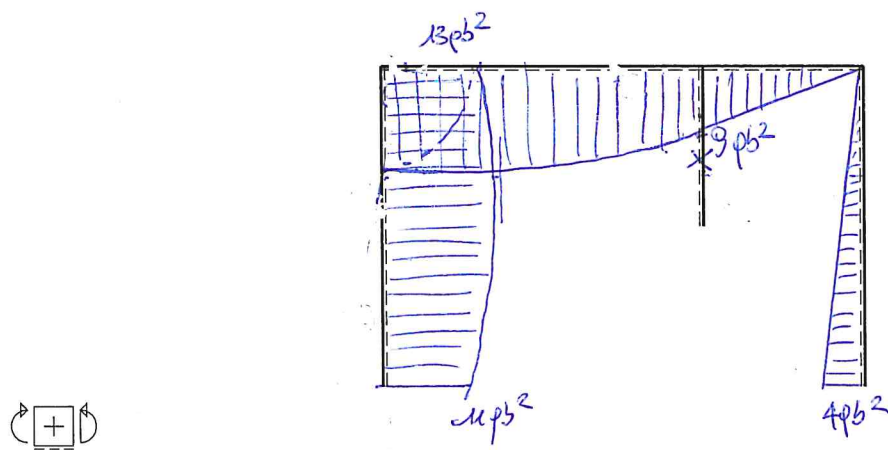
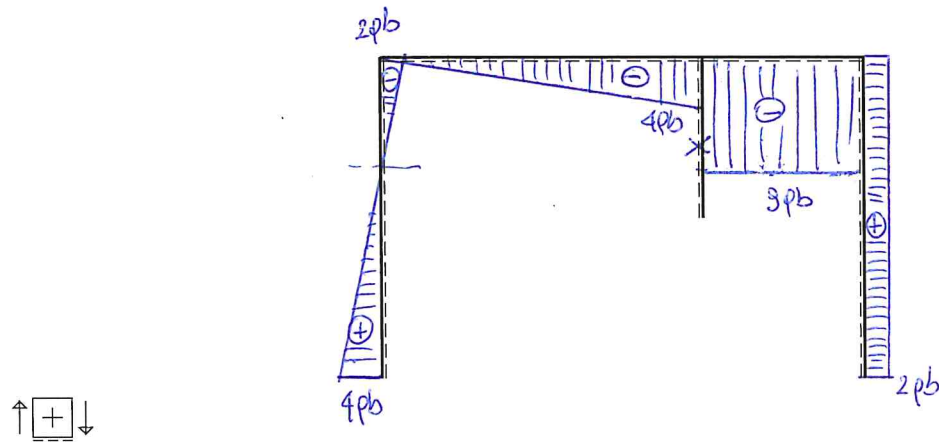
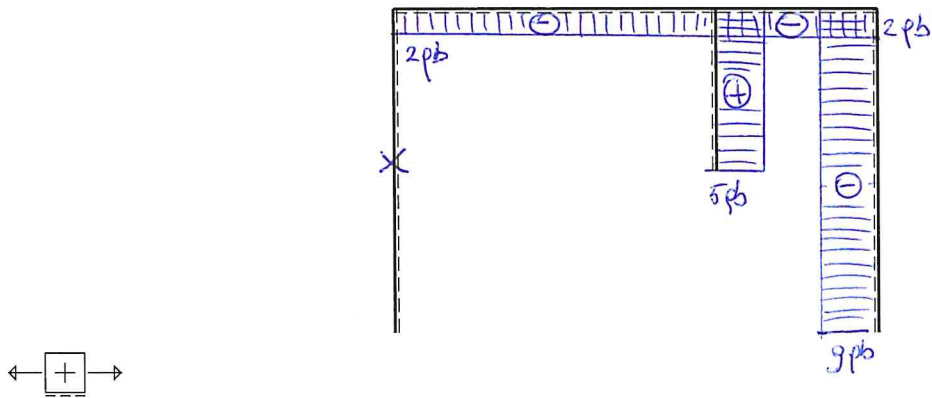
$$S_x = \dots 23/2 a^3 = 11,5 a^3 \dots; S_y = \dots 21/2 a^3 = 10,5 a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots 3/2 a = 1,5 a \dots; y_G = \dots 23/14 a = 1,6428 a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots 457/84 a^4 = 5,4404 a^4 \dots; J_{yG} = \dots 79/12 a^4 = 6,5833 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \quad (2\theta = 0) \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots 79/12 a^4 = 6,5833 a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots 457/84 a^4 = 5,4404 a^4 \dots;$$



$H_A (\Rightarrow) = -4qb$	$V_A (\uparrow) = 0$	$M_A (\curvearrowright) = -11qb^2$	$H_F (\Rightarrow) = -2qb$	$V_F (\uparrow) = 9qb$
$N_{AB} = //$	$T_{AB} = 4qb - 3q \times 1$	$M_{AB} = 11qb^2 + 4qb \times 1 - \frac{3}{2} q \times 1^2$		
$N_{BC} = -2qb$	$T_{BC} = -2q \times 2$	$M_{BC} = 13qb^2 - q \times 2^2$		
$N_{DC} = 5qb$	$T_{DC} = //$	$M_{DC} = //$		
$N_{CE} = -2qb$	$T_{CE} = -9qb$	$M_{CE} = 9qb^2 - 9qb \times 4$		
$N_{FE} = -9qb$	$T_{FE} = 2qb$	$M_{FE} = 4qb^2 - 2qb \times 5$		